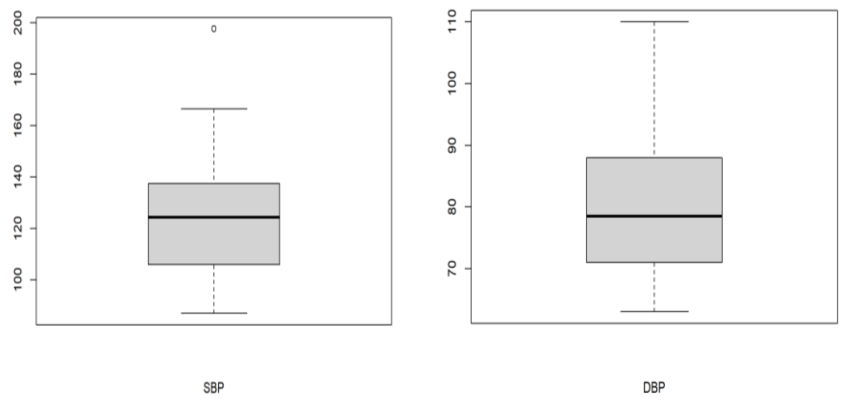
CHAPTER 1

問題 10.

利用散佈圖章節 press 資料檔，利用熟悉的軟體，畫出下列圖形：

(1)



(3) 在 (1) 之圖中，是否有離群值發生？

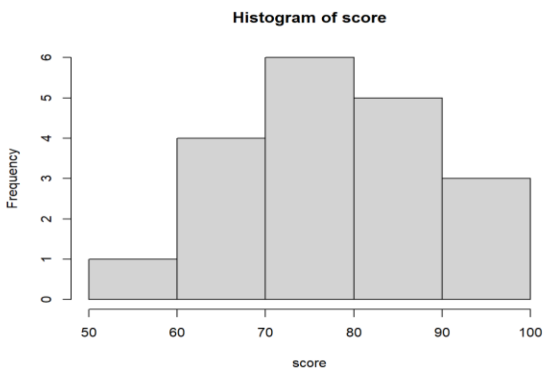
可利用$Q1 - 1.5 \times IQR$ 及$Q3 + 1.5 \times IQR$判斷是否有離群值。

問題 11.

(2) 決定組數=5 及組界

組限	組界	次數	百分比
50-59	49.5-59.5	1	0.0526
60-69	59.5-69.5	3	0.1579
70-79	69.5-79.5	6	0.3158
80-89	79.5-89.5	6	0.3158
90-99	89.5-99.5	3	0.1579

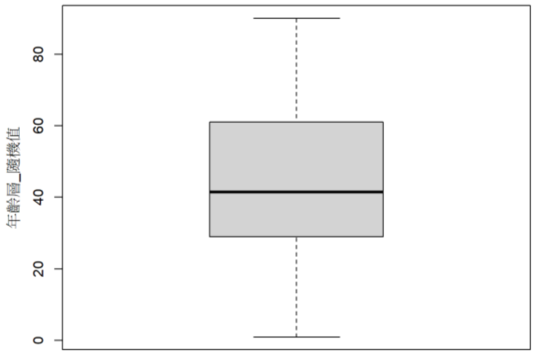
(3) 直方圖



問題 13.

利用 covid1 資料（50 位確診者），進行年齡層_隨機值的盒形圖繪製，並列出：第一四分位數、中位數、第三四分位數、最小內圍值、最大內圍值，並說明是否有離群值？

(1)



(2)

```
summary(covid[1:50,]$年齡層_隨機值)
 Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max. 
 1.00   30.00   41.50   43.16   60.25   90.00 
```

(3) 無離群值

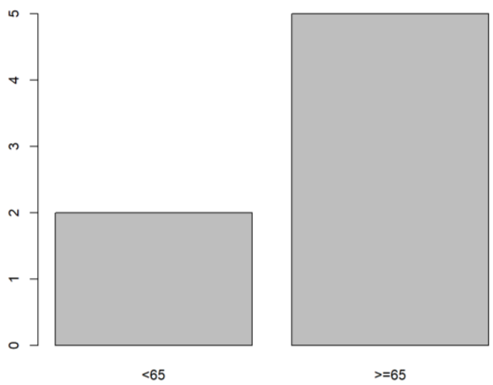
問題 14.

以下是失智症年齡分配之概況，已將年齡變項類別化為質性資料（1：大於等於 65 歲，0：小於 65 歲），小於 65 歲者為早發型失智症。

F		M	
Age<65	age>=65	Age<65	age>=65
2	5	2	5

(a)在男生、女生下，失智症年齡的分布是相同的。

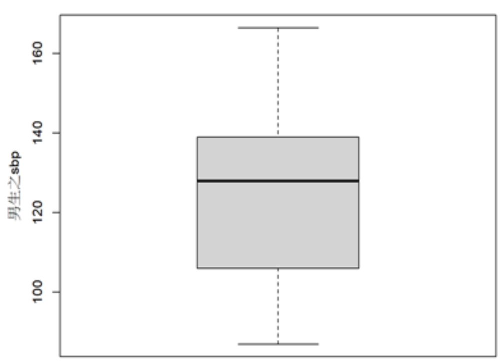
(b)可以用長條圖表示之。男生、女生的圖形都相同。

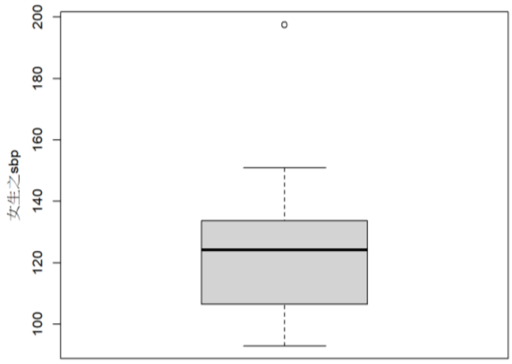


問題 15.

利用 press 資料檔，回答下列問題：

(1) 分別以性別，畫出 SBP 之盒形圖。





(2) 比較男、女之兩盒形圖差異。

男性整體的 SBP 較女生高，中位數高於女性；男性 SBP 也較女性分布大，IQR 男性較高。

(3) 分別計算不同性別下，SBP 之中位數及 IQR 之值。(1 為男性；0 為女性)

```
summary(y$"0")
 Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
 93.0   106.8   124.2   123.9   133.4   197.5
summary(y$"1")
 Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
 87.0   107.0   128.0   125.0   138.6   166.5
```

CHAPTER 2

問題 4.

母群體：Z 國小的所有學生。

樣本：從 Z 國小中隨機抽取的 150 名學生。

參數：母群體的平均近視度數，即 Z 國小所有學生的平均近視度數 250 度。

估計值：從樣本中計算得出的平均近視度數，即隨機抽取的 150 名學生的平均近視度數 175 度。

問題 7.

平均值：42.29,	中位數：32.5,
眾數：16、92,	全距：91.1,
變異數：1089.84,	標準差：33.01

問題 8.

眾數＜中位數＜平均數

問題 10.

(1) 平均數：218.25，中位數：217.5，眾數：221

(2) 樣本標準差：31.50，樣本變異數：992.41

(3) 由於平均數（218.25）和中位數（217.5）接近，資料分佈的偏斜性較小，可能接近對稱或略微偏態。

(4) 在偏斜不明顯且資料分佈接近對稱的情況下，平均數是較恰當的集中趨勢測量；若資料分佈偏斜，則中位數是比較恰當的集中趨勢測量。

問題 12.

(1) 未婚女性的不分年齡粗死亡率 $= \frac{226+863+2709+2047}{(6129+2244+865+232)\times 10^3} = 6.17$(每萬人)

(2) 65 歲以上已婚女性的死亡率= $\frac{6859}{982\times 10^3}$=6.99 (每千人)

(3) 先計算各年齡層在標準人口該年齡層的死亡數

15-24: $\frac{141}{2627\times 10^3}\times 8847\times 10^3 = 474.8$

25-44: $\frac{5965}{11533\times 10^3}\times 7725\times 10^3 = 3995.5$

45-64: $\frac{16049}{5997\times 10^3}\times 5189\times 10^3 = 13886.7$

≥ 65: $\frac{6859}{982\times 10^3}\times 825\times 10^3 = 5762.4$

已婚女性的年齡標準化死亡率=$\frac{474.8+3995.5+13886.7+5762.4}{22586\times 10^3} = 1.07$(每千人)

(4) 先計算各年齡層期望死亡數

15-24: $\frac{226}{6129}\times 2627 = 96.9$

25-44: $\frac{863}{2244}\times 11533 = 4435.4$

45-64: $\frac{865}{2709}\times 5997 = 18781.4$

≥ 65: $\frac{232}{2047}\times 982 = 8664.5$

$$SMR = \frac{141+5965+16049+6859}{96.9+4435.4+18781.4+8664.5} = 29014 \div 31978.1 = 0.907$$

已婚女性的年齡標準化死亡比：0.907

CHAPTER 3

問題 9.

(1)

$P(A|B)+P(AC|B)=1$

$P(AC|B)=1-0.6=0.4$

(2)

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.18}{0.2}=0.9$$

因$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=0.6$，故 $P(AB)=0.6\times 0.3=0.18$

(3)

$$P(B|AC)=\frac{P(BA^C)}{P(A^C)}=\frac{0.12}{1-P(A)}=\frac{0.12}{0.8}=0.15$$

$P(BAC)=\ P(A^C|B)\times P(B)=0.4\times 0.3=0.12$ 代入上式

問題 11.

(1) sensitivity=P(+|D)= $\frac{22}{30}$, false negative rate=$1-\frac{22}{30}=\frac{8}{30}$

specificity=P(−|$\bar{\mathrm{D}}$)= $\frac{1739}{1790}$, false positive rate= $1-\frac{1739}{1790}=\frac{51}{1790}$

(2)

a. 陽性預測值

$$PPV\ =P(D|+)=\frac{P(T^+|D)\times P(D)}{P(T^+|D)\times P(D)+P(T^+|D^C)\times P(D^C)}$$

其中

$$\mathrm{P(D)}=\frac{93}{1000000}=\frac{\frac{22}{30}\times\frac{93}{1000000}}{\frac{22}{30}\times\frac{93}{1000000}+\frac{51}{1790}\times\frac{999907}{1000000}}=0.0024$$

b. 用樹狀圖，假設有 1000000 人

1000000

有結核病 93

陽性人數 = 93 ×22/30≅ 68.2

陰性人數= $93\times 8/30\cong 24.8$

無結核病 999907

陽性人數= 999907 ×51/1790 ≅ 28489

陰性人數= 999907 ×1739/1790 ≅ 971418

故P (有結核病|陽性) $= \frac{68.2}{68.2+28489} \cong 0.0024$

PPV 為 0.0024 表示 10000 位胸部 X 光陽性者有 24 位有結核病

問題 13.

(1) 宜蘭 $P(D) = 0.01, P(T^{+}|D) = 0.8, P(T-|\bar{D}) = 0.98$

陽性預測值:

$$P(D|T^{+}) = \frac{P(T^{+}|D) \times P(D)}{P(T^{+}|D) \times P(D) + P(T^{+}|\bar{D}) \times P(\bar{D})} = \frac{0.8 \times 0.01}{0.8 \times 0.01 + 0.02 \times 0.99} \cong 0.29$$

(2) 根據(1)可知 PPV 為 0.29，意即 10 位快篩陽性者只有 3 位真確診，故此說法應將偽陽性更正為 PPV(陽性預測值)。再則 FPR 偽陽性=P($T^{+}|\bar{D}$)為無病者(未確診)快篩為陽性之機率，若 FPR 為 7 成，代表 10 位未確診者有 7 位快篩為陽性之意

(3) (4) 算法與更正如(1) (2)

問題 15.

可將表格重新列為

	肥胖	正常
女	72	400
男	80	250

OR= $\frac{72\times 250}{80\times 400} = 0.56$

或是以兩個勝算相除來做

$$OR = \frac{odds(女)}{odds(男)} = \frac{\frac{P_{女}}{(1-P_{女})}}{\frac{P_{男}}{(1-P_{男})}} = \frac{\frac{0.15}{0.85}}{\frac{0.24}{0.76}} \cong 0.56$$

P(女)=P(肥胖|女)= $\frac{72}{472} = 0.15$

P(男)=P(肥胖|男) $= \frac{80}{330} = 0.24$

OR=0.56，代表相較於男童，女童肥胖之 OR=0.56 < 1

意即女童肥胖風險低於男童

CHAPTER 4

問題 1.

(1) 伯努力分配 (Bernoulli distribution)

(2) p

小田打到球的機率為$P(X=1)=p$，$\begin{cases} X=1 \text{ 表示打到球} \\ X=0 \text{ 表示沒打到球} \end{cases}$。

(4) 二項式分配(Binomial distribution)

問題 2.

打中球的個數X服從二項式分配，$X\sim \text{Binomial}(n=100,p)$。

問題 3.

(1) $T\in\{0,1,2,3,4\}$

(2) 假設通過每門課的機率p都是相同的，且各門修課的結果獨立。

則T服從二項式分配，$T\sim \text{Binomial}(n=4,p)$。

問題 4.

(1) 有可能中獎，只是機率很低。

(2) 二項式分配，$X\sim \text{Binomial}(n=47,p)$。

每張發票是否中獎 (中獎機率p) 是一個獨立的伯努力試驗（成功與否，兩個可能結果），且各張發票互相獨立，每張發票中獎的機率為p。

(3) 至少有一張中獎的機率為$1-(1-p)^{100}$。

100 張發票中至少一張中獎的機率=$P(\text{至少一張中獎})=1-P(\text{所有都沒中獎})$。

單張發票沒中獎的機率是$=1-\text{中獎機率}=1-p$，

所以P(所有發票都沒中獎)=$(1-p)^{100}$，

可計算出$P\big(\text{至少一張中獎}\big)=1-(1-p)^{100}$。

也可以寫作二項式分配，假設中獎的張數$X\sim \text{Binomial}(n=100,p=0.003)$，

$P(\text{至少一張中獎})=1-P(X=0)$。

其中$P(X=0)=\binom{100}{0}0.003^0 0.997^{100}\approx 0.7405$，同樣可以計算出

$P\big(\text{至少一張中獎}\big)=1-0.7405=0.2595$。

問題 7.

(1) $4.7\%\times 3000=141$ 人。

(2) 機率接近 0%。

可視為 3000 次獨立的伯努力試驗，每次試驗的成功概率為 $p = 0.047$，所以假設患有高血壓的人數X服從二項式分配，$X\sim$ Binomial$(n = 3000, p = 0.047)$，X的期望值為$E(X) = np = 3000 \times 0.047 = 141$，
標準差為$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{3000 \times 0.047 \times (1 - 0.047)} \approx 11.59$。又由於樣本數 n 夠大，因此二項式分配可以逼近常態分配，$X \approx N(\mu = 141, \sigma^2 = 11.59^2)$。
題目所求為$P(X > 200)$，轉換成標準常態分配後可查表得出機率:

$P(X > 200) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{200-141}{11.59}\right) = P(Z > 5.09) \approx 0$，$Z$=5.09 其右尾機率接近 0。

問題 8.

(2) 敏感度0.903，特異度0.947。
令一般人血壓為$X\sim N(\mu = 112, \sigma^2 = 64)$，
高血壓病人的血壓$Y\sim N(\mu = 138, \sigma^2 = 100)$。警訊標準為 125mmHg。
敏感度的定義為sensitivity $= P(T^+|D) = P(Y \geq$ 警訊標準|高血壓病人$)$，即為

$P(Y \geq 125) = P\left(Z \geq \frac{125-138}{10}\right) = 1 - P(Z \leq -1.3) \approx 1 - 0.097 = 0.903$。

特異度的定義為 specificity $= P(T^-|D^C) = P(X <$ 警訊標準|一般人$)$，即為

$P(X < 125) = P\left(Z < \frac{125-112}{8}\right) = P(Z < 1.625) = 0.947$。

問題 9.

(1) $16000 \times \frac{1.3\times10^9}{7.6\times10^9} = 2736$ 人

(2) 臺灣大學生的 Facebook 使用狀況與全球人口的行為一致(假設為同樣的分布)，且臺大學生的樣本數量足夠大。
(3) 54.3%
P(隨機找一位居民不是 Facebook 用戶)

$=1 - P$(居民是 Facebook 用戶)$=1 - \frac{2\times10^9}{7.6\times10^9} = 1 - 0.263 = 0.737$。

P(隨機找兩位居民都不是) $= 0.737 \times 0.737 = 0.543$。
(4) 機率約為 1。

某國人口數$N = 1.4 \times 10^9$，該國 Facebook 用戶比例$p = \frac{5\times10^7}{1.4\times10^9} = 0.0357$。

隨機抽選$n = 700$人，其中X人為 Facebook 用戶，假設X服從二項式分配，
$X\sim Binomial(n = 700, p = 0.0357)$，
X 的期望值為$E(X) = np = 700 \times 0.0357 = 25$，
標準差為$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{700 \times 0.0357 \times (1 - 0.0357)} \approx 4.91$。
又由於樣本數 n 夠大，因此二項式分配可以近似常態分配，

$X \approx N(\mu = 25, \sigma^2 = 4.91^2)$，題目所求為$P(X < 100)$，轉換成標準常態分配後可查表得出機率$P(X < 100) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{100-25}{4.91}\right) = P(Z < 15.27) \approx 1$。

隨機抽選700人，其中 Facebook 用戶不到 100 人的機率約為 1。

問題 10.

(1) 明年至少有 1 個颱風的機率: 95.02%

$Y \sim Poisson(\lambda = 3)$，$P(Y = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$，$k = 0,1,\ldots$。

明年至少有 1 個颱風的機率:

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - e^{-3} \approx 1 - 0.0498 = 0.9502$$

(2) 明年不超過 3 個颱風侵襲臺灣的機率:64.72%

$$P(Y \leq 3) = P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3)$$

代入布阿松分配的機率分布函數$P(Y = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$，

$$P(Y \leq 3) = e^{-3} + 3e^{-3} + 9e^{-3}/2 + 27e^{-3}/6 \approx 0.6472$$

問題 15.

布阿松分布(Poisson distribution)。

資料描述當年的颱風事件發生次數，樣本平均值約為3.233，樣本變異數為3.04，平均值與變異數十分接近，滿足布阿松分布的條件。

CHAPTER 6

問題 1.

點估計（point estimation）是指根據樣本資料求得一統計值（例如$\bar{x}$、s）來估計未知母體參數（例如μ、σ）的方法，因而此統計值又稱為估計值（estimate）或點估計值（point estimate），其公式通常稱為點估計式（point estimator）。

問題 2.

標準差與標準誤兩者均是描述分散程度的指標，只是標準誤是描述估計值（或稱統計值或點估計值）的分散程度。標準差與標準誤在應用時，主要不同之處在於標準差一般是用於描述資料的分散程度，而標準誤則用以評估誤差大小；以估計μ為例，$\bar{x}$抽樣分布中的標準差，可用以描述$\bar{x}$的分散程度，然而從統計推論來看，它稱之為平均值的標準誤（standard error of the mean），可用以表示樣本平均值與母體平均值之間的誤差大小。

問題 3.

區間估計是估計母體參數的一種方法，它是結合了點估計值、標準誤，以及設定的信賴水準（或稱信心水準 confidence level）所計算出的一個區間，用以估計母體參數的可能範圍。例如μ的 95%信賴區間，表示我們有 95%的信心此區間會包含母體平均值。

問題 4.

請說明平均值的雙尾信賴區間的公式是如何推導出來的。

從中央極限定理可得

$$Pr\left(z_{\frac{\alpha}{2}} \le \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \le z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$$

因為常態分布為對稱分布，所以$z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}}$，上式可改為

$$Pr\left(-z_{1-\frac{\alpha}{2}} \le \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \le z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$$

接著，將上述括號中的不等式取出，並進行轉換僅留μ在中間位置，可得

$$Pr\left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

由上推導可得μ的$100 \times (1-\alpha)\%$信賴區間公式如下：

$$\left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)。$$

問題 5.

信賴水準通常以$100 \times (1-\alpha)\%$表示，用以設定所估計出的信賴區間會包含母體參數的信賴度，例如若要估計μ的 95%信賴區間，即信賴水準設定為 95%，所得到信賴區間表示我們有 95%的信心此區間會包含母體平均值。

問題 6.

t 分布以 0 為中心，機率分布圖形呈現一個對稱的機率分布曲線，兩尾端無限延伸。其機率分布曲線的形狀，會受自由度(t 分布的參數)的影響，自由度越小，曲線分散程度越大，亦即圖形越矮寬，隨著自由度的增加，t 分布的曲線分散程度越小，圖形越趨近標準常態分布。

問題 7.

標準常態分布與 t 分布皆以 0 為中心，呈現一個左右對稱的機率分布曲線，兩個分布的平均值皆為 0，標準常態分布的標準差為 1，t 分布的標準差則受自由度的影響，隨著自由度增加，t 分布的曲線分散程度越小，亦即標準差會變小，然均大於 1，故 t 分布圖形會比標準常態分布圖形來得矮寬。

問題 8.

在實務上，母體變異數σ^2一般是未知的，以致無法利用中央極限定理所推導出的$\bar{x}$的機率分布來推導μ的信賴區間，在此情形下，一般會以樣本標準差 s 來估計σ，此時標準化後的統計值則不再服從常態分布，而是服從自由度為 n-1 的 t 分布，故需用 t 分布來推導信賴區間的公式。

問題 9.

當我們關心的是母體平均值是否超過或低於某個特定數值時，可以使用單尾信賴區間，亦即求信賴上限或信賴下限。例如，想知道一般幼稚園大班學童的平均身高上限，用以作為建置學校設施(如置物櫃高度)的參考，則可求平均身高的單尾信賴上限。又例如某校想看建置運動中心後，學童平均運動時間是否比過去多，則可求平均運動時間的單尾信賴下限，若過去平均運動時間低於此下限值，表示現在平均運動時間有提升。

問題 10.

(1)

μ的點估計值=117.8,

平均值的標準誤=$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{25}} = 1$

(2)

信賴水準為 99%，$\alpha = 0.01$，查表可得 $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{1-\frac{0.01}{2}} = z_{0.995} = 2.575$

μ 的雙尾信賴區間 $= \left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$= (117.8 - 2.575 \times 1, 117.8 + 2.575 \times 1) = (115.23,120.38)$。

表示我們有 99%的信心此區間會包含學童身高的母體平均值。

(3) 設定信賴水準為 95%，試求 μ 的雙尾信賴區間，並解釋之。

信賴水準為 95%，α=0.05，查表可得$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{1-\frac{0.05}{2}} = z_{0.975} = 1.96$。

μ 的雙尾信賴區間 $= \left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$= (117.8 - 1.96 \times 1, 117.8 + 1.96 \times 1) = (115.84,119.76)$。

表示我們有 95%的信心此區間會包含學童身高的母體平均值。

(4)

μ 的 99%信賴區間較寬。雙尾信賴區間的公式為 $\left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$，故寬度為 $2 \times \left(z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$，其中信賴水準為$z_{1-\frac{\alpha}{2}}$，從公式中可看出設定的信賴水準越高，信賴區間會越寬。

(5) 會建議用信賴下限來進行宣傳呢

(6) 信賴水準為 95%，α=0.05，查表可得$z_{1-\alpha} = z_{1-0.05} = z_{0.95} = 1.645$。

μ 的單尾信賴下限=$\bar{x} - z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 117.8 - z_{0.95} * \frac{5}{\sqrt{25}} = 115.84$。

表示我們有 95%的信心學童身高的母體平均值會高於 115.84。

問題 11.

(1) 信賴水準為 95%，α=0.05，查表可得$t_{24,1-\frac{\alpha}{2}} = t_{24,0.975} = 2.064$。

μ 的雙尾信賴區間= $\left(\bar{x} - t_{df,1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{df,1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$

$= \left(117.8 - t_{24,0.975} \times \frac{4.6}{\sqrt{25}}, 117.8 + t_{24,0.975} \times \frac{4.6}{\sqrt{25}}\right) = (115.90,119.70)$

表示我們有 95%的信心此區間會包含學童身高的母體平均值。

(2) 信賴水準為 95%，α=0.05，查表可得$t_{24,1-\alpha} = t_{24,0.95} = 1.711$。

μ 的單尾信賴下限=$\bar{x} - z_{1-\alpha} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 117.8 - t_{24,0.95} * \frac{4.6}{\sqrt{25}}$=116.23。

表示我們有 95%的信心學童身高的母體平均值會高於 116.23。

(3) 信賴水準為 95%， α=0.05，查表可得$t_{24,1-\alpha}=t_{24,0.95}=1.711$。

μ的單尾信賴上限$=\bar{x}+z_{1-\alpha}\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=117.8+t_{24,0.95}\times\frac{4.6}{\sqrt{25}}=119.37$。

表示我們有 95%的信心學童身高的母體平均值會低於 119.37。

CHAPTER 8

問題 1.

型一錯誤率（type I error rate）是指虛無假說為真時，但卻錯誤地拒絕虛無假說的機率，又可指當結果為拒絕 H_0 時可能發生的誤判率，以α表示，

即$\alpha = \text{Pr}$ (拒絕$\text{H}_0|\text{H}_0$為真)。

問題 2.

一般設定型一錯誤率為 0.05，亦即根據該檢定，若虛無假說為真，能允許錯誤地拒絕虛無假說的機率只有 0.05。

根據統計學的保守原則（也就是「不輕易拒絕虛無假說」)，希望能儘量避免當虛無假說為真時卻把虛無假說拒絕掉的情形發生，故通常一開始就先設定型一錯誤率為一個相當小的機率，例如 0.05、0.01，或 0.001（最常見的是α=0.05）。

問題 3.

型二錯誤率（type II error rate）是指虛無假說為假時，卻無法拒絕虛無假說的機率，又可說為當結果為無法拒絕 H_0 時可能發生的誤判率，以β表示，即β=Pr (無法拒絕 H_0｜H_0 為假) 。

型二錯誤率較難界定的原因是，設定型二錯誤率必需根據對立假說設定的參數值來進行計算，然而，對立假說的範圍相當廣，不容易準確界定。

檢定力是指虛無假說為假時，拒絕虛無假說的機率，即檢定力= Pr (拒絕 H_0｜H_0 為假)。檢定力與型二錯誤則是發生在虛無假說為假時，型二錯誤率是指做了錯誤判斷的機率，而檢定力則是指做了正確判斷的機率，因此可知型二錯誤率與檢定力相加的機率為 1，亦即檢定力= 1-型二錯誤率。

因為假說檢定的精神主要是推論我們認為可能的結果（通常這個結果會放在對立假說)，因此，從這個角度來看，會希望當對立假說為真時（亦即虛無假說為假時)，拒絕虛無假設的機率越大越好，亦即檢定力要夠大。

問題 4.

信賴區間的寬度可以反映估計的準確性，信賴區間寬度越小表示越能掌握母體參數的可能位置，因此可以利用事先決定的信賴區間的寬度來推估樣本數。

雙尾信賴區間的公式為$\left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$，

故寬度為$2\times\left(z_{1-\frac{\alpha}{2}}\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$，藉由信賴程度的設定，可讓我們估計此區間有多大的信賴度會包括母體平均值，從另一個角度，也可解釋在設定的信賴水準下，研究母體平均值與估計值之距離會在一半的信賴區間寬度內；母體平均值若小於估計值，則估計值高估了母體平均值(有正的誤差)，而若母體平均值大於估計值，則估計值低估了母體平均值(有負的誤差)。

問題 5.

若要估計值與母體平均值的誤差控制在±0.5 公分，則信賴區間寬度

d=2x0.5=1，因信賴度為 95%，故α=0.05，$z_{1-\frac{\alpha}{2}}$=$z_{0.975}$=1.96(查表)，

$n=\left[\frac{2\times z_{1-\frac{\alpha}{2}}\times\sigma}{d}\right]^2=\left[\frac{2\times1.96\times3}{1}\right]^2$=138.30，故需要 134 筆樣本。

問題 6.

(a) (2)

(b) (3)

(c) (5)

臨界值c'可由$\frac{c'-8}{\frac{0.8}{\sqrt{25}}}=z_{0.05}=-1.645$求得，臨界值 c' = 7.7368。

型二錯誤率β:

$\beta=\Pr\left(Z\geq\frac{7.7368-7.6}{\frac{0.8}{\sqrt{25}}}\right)=\Pr\left(Z\geq\frac{7.7368-7.6}{\frac{0.8}{\sqrt{25}}}\right)=\Pr(Z\geq0.855)\approx0.1963$(查表)。

(d) (3)

檢定力=1-型二錯誤率=1-0.1963=0.8037。

(e) (4)

α=0.05，β=0.1，$z_{1-\alpha}=z_{0.95}=1.645$，$z_{1-\beta}=z_{0.90}=1.285$，

$d=|7.6-8|=0.4$。$n=\left[\frac{(z_{1-\alpha}+z_{1-\beta})\times\sigma}{d}\right]^2=\left[\frac{(1.645+1.285)\times0.8}{0.4}\right]^2$=34.34，

故需要 35 筆樣本。

(f) (1)

α =0.05，β=0.1，$z_{1-\frac{\alpha}{2}}=z_{0.975}=1.96$，$z_{1-\beta}=z_{0.90}=1.285$(查表)，

$d=|7.6-8|=0.4,\quad n=\left[\frac{\left(z_{1-\frac{\alpha}{2}}+z_{1-\beta}\right)\times\sigma}{d}\right]^2=\left[\frac{(1.96+1.285)\times0.8}{0.4}\right]^2$=42.12，

故需要 43 筆樣本(無條件進位)。

問題 7.

	檢定力(power)		
	0.7	0.8	0.9
d= 0.5	223	284	380
d= 1	56	71	95
d= 1.5	25	32	43
d= σ =3	7	8	11

α=0.05， $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.975} = 1.96$，

$z_{1-\beta} = z_{0.70} = 0.525$、$z_{1-\beta} = z_{0.80} = 0.845$、$z_{1-\beta} = z_{0.90} = 1.285$(查表)。

問題 8.

雙尾檢定需要較多的樣本數。

從公式中可直接看出。另外，從理解的角度來說，因為雙尾檢定的結果允許在兩個尾端(方向)上產生顯著差異，若與單尾檢定設定相同的型一錯誤率的條件下，雙尾檢定在拒絕虛無假設時，統計值在每個尾端可能會犯型一錯誤的機率會減半，也就是會比單尾檢定更不容易犯型一錯誤，因此雙尾檢定較單尾檢定需要較多的樣本數。

CHAPTER 9

問題 8.

由樣本資料得知，此樣本的體重平均數為 63.2 公斤，以代表。假說體重之母體服從常態分布，其母體標準差 $\sigma = 10$ 公斤，樣本數為 100。

(1) (61.56, 64.84)

(2) (B)、(C)、(D)、(E)、(F)

問題 9.

(B)、(C)、(E)、(G)

問題 10.

(E)

問題 11.

若顯著水準為 0.05，95%單尾信賴區間：(0.64, 1)，因區間不包含 56%，故拒絕虛無假設，有證據顯示：國人對新藥有效的比例比宣稱來得高。

問題 12.

p-value<0.001，拒絕虛無假設。

問題 13.

p-value<0.001，拒絕虛無假設。

問題 14.

樣本平均數=102.5

標準誤=3.16

問題 15.

p-value=0.3264， 不拒絕虛無假設，無法證明兩者比例不為 1:1。

CHAPTER 10

問題 5.
C

問題 6.
B

問題 7.
C

問題 8.
A

問題 9.
B

CHAPTER 11

問題 9.

(1)

	每週是否飲用至少兩杯含糖飲料		合計
	是(至少兩杯)	否(少於兩杯)	
年輕糖尿病患	80 $(130 \times 100/200 \approx 65)$	20 $(70 \times 100/200 \approx 35)$	100
健康年輕人	50 $(130 \times 100/200 \approx 65)$	50 $(70 \times 100/200 \approx 35)$	100
合計	130	70	200

(2)

$$X^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(80-65)^2}{65} + \frac{(20-35)^2}{35} + \frac{(50-65)^2}{65} + \frac{(50-35)^2}{35} = 19.78$$

卡方檢定統計量服從自由度為 1 的卡方分布，在顯著水準$\alpha = 0.05$時，臨界值為3.841。$X^2 = 19.78 > 3.841$，所以拒絕虛無假說。

使用程式軟體 R 進行卡方檢定 (chisq.test)，可以得到檢定統計量數值為19.78，P值為$8.68e-06$，P值非常小。以顯著水準$\alpha = 0.05$ 為例，$p < 0.05$達到統計顯著，拒絕虛無假說，因此認為年輕人患糖尿病與喜歡飲用含糖飲料有關。

(3)

- H_0虛無假說:「年輕人罹患糖尿病」與「每週飲用至少兩杯含糖飲料」之間無關。
- H_1對立假說:「年輕人罹患糖尿病」與「每週飲用至少兩杯含糖飲料」之間有關。

問題 10.

(1) $(25 + 55)\ /\ 100 = 80/100 = 80\%$

(2)

		前測		
		通過	不通過	合計
後測	通過	25	15	40
	不通過	5	55	60
合計		30	70	100

- H_0虛無假說: 參加生統實戰分析不影響對生統的使用及知識。(等同於參與生統實戰分析前後的評估結果沒有顯著改變。)
- H_1對立假說: 參加生統實戰分析會影響對生統的使用及知識。

代入$E_i = (15+5)/2 = 10$，計算 McNemar’s test 的檢定統計量：

$$X^2 = \sum \frac{(|O_i - E_i| - 0.5)^2}{E_i} = \frac{(|5-10| - 0.5)^2}{10} + \frac{(|15-10| - 0.5)^2}{10} = 4.05$$

以自由度為 1 的卡方分布查表，在顯著水準$\alpha = 0.05$時，臨界值為3.841，因為$X^2 = 4.05 > 3.841$，所以拒絕虛無假說。

使用程式軟體 R 則可以計算出P值為 0.044，以顯著水準$\alpha = 0.05$ 為例，$p < 0.05$達到統計顯著，拒絕虛無假說。因此可以認為參加生統實戰分析會顯著影響對生統的使用及知識。

(但是P值只比顯著水準小一點點，mild significance)

問題 11.

		居民		
		宜蘭居民	非宜蘭居民	合計
意向	贊成	45	30	75
	不贊成	25	28	53
	沒意見	-	2	2
合計		70	60	130
合計 (排除沒意見)		70	58	128

(1) 題目擬探討民眾意向是否贊成，且非意見的非宜蘭居民人數很少，故將排除沒意見的 2 人。並以卡方檢定檢驗宜蘭居民與非宜蘭居民對該議案的支持率是否相同。

- H_0虛無假說: 宜蘭居民與非宜蘭居民對該議案的支持率相同。
- H_1對立假說: 宜蘭居民與非宜蘭居民對該議案的支持率不同。

期望人數:

		居民		
		宜蘭居民	非宜蘭居民	合計
意向	贊成	$\frac{70 \times 75}{128} = 41.02$	$\frac{58 \times 75}{128} = 33.98$	75
	不贊成	$\frac{70 \times 53}{128} = 28.98$	$\frac{58 \times 53}{128} = 24.02$	53
合計 (排除沒意見)		70	58	128

$$X^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(45-41.02)^2}{41.02} + \frac{(25-28.98)^2}{28.98} + \frac{(30-33.98)^2}{33.98} + \frac{(28-24.02)^2}{24.02} = 2.058$$

對自由度為 1 的卡方分布查表，在顯著水準$\alpha = 0.05$時，臨界值為3.841，因為$X^2 = 2.058 < 3.841$，p值約為0.151，無法拒絕虛無假說，因此沒有足夠證據顯

示宜蘭居民與非宜蘭居民的支持率不同。

(2)

宜蘭居民的支持率:$\hat{p}_1 = \frac{45}{70} = 0.643$ ，

非宜蘭居民的支持率: $\hat{p}_2 = \frac{30}{58} = 0.517$ ，

宜蘭與非宜蘭居民的支持率差異點估計:

$Var(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2} = 0.00758$ ，

95%信賴區間$= (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{0.95} \times \sqrt{Var(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}$

$$= 0.126 \pm 1.96 \times 0.087 = (-0.045, 0.296)$$

宜蘭與非宜蘭居民支持率差異可能在-4.5%到 29.6%之間。信賴區間包含 0，因此在 95%信賴水準下，無法判斷宜蘭居民與非宜蘭居民的支持率有顯著差異。

(3)

- H_0虛無假說: 勝算比$OR = 1$，宜蘭與非宜蘭居民對議案的支持勝算相同。
- H_1對立假說: 勝算比$OR \neq 1$，宜蘭與非宜蘭居民對議案的支持勝算不同。

若想使用勝算比進行檢定，可以參考以下步驟:

計算勝算比$\widehat{OR} = \frac{(45/70)/(25/70)}{(30/58)/(28/58)} = \frac{45/25}{30/28} = 1.68$，宜蘭居民對該議案的支持勝算約為非宜蘭居民的1.68 倍。

檢定統計量

$$Z = \frac{\ln(OR)}{\sqrt{Var(\ln(OR))}}$$

$$\ln(OR) = \ln(1.68) = 0.518, \qquad \sqrt{Var(\ln(OR))} = \sqrt{\frac{1}{45} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{28}} = 0.362$$

帶入上式，並查表:

$Z = \frac{\ln(OR)}{\sqrt{Var(\ln(OR))}} = \frac{0.518}{0.362} = 1.43$，$p$值約為$0.1512$。在顯著水準$\alpha = 0.05$下，$p$值 $0.1512 > 0.05$，無法拒絕虛無假說。因此沒有足夠證據顯示宜蘭居民與非宜蘭居民的支持勝算有顯著差異。

問題 11. (補充說明)

(1)

若想考量到沒意見的非宜蘭居民 2 人:

居民

		宜蘭居民	非宜蘭居民	合計
意向	贊成	45	30	75
		(4.038)	(34.62)	
	不贊成	25	28	53
		(28.53)	(24.46)	
	沒意見	0	2	2
		(1.07)	(0.92)	
合計		70	60	130

$E_i < 5$的格子數佔了一半，這會導致大樣本逼近性不佳。使用 Fisher's exact test 應該更好。

根據不同情境的議題，也可以將列進行合併再嘗試以卡方檢定檢驗。(重複(1))

(2)

考量到沒意見的非宜蘭居民 2 人，支持率=贊成/(贊成+不贊成+沒意見):

宜蘭居民的贊成支持率: $\hat{p}_1 = \frac{45}{70} = 0.643$

非宜蘭居民的贊成支持率: $\hat{p}_2 = \frac{30}{\mathbf{60}} = 0.5$

宜蘭與非宜蘭居民的支持率差異點估計: :

$$Var(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2} = 0.0074$$

95%信賴區間= $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{0.95} \times \sqrt{Var(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}$

$$= 0.126 \pm 1.96 \times 0.086 = (-0.043, 0.295)$$

宜蘭與非宜蘭居民的支持率差異可能在-4.3%到 29.5%之間。由於信賴區間包含 0，因此在 95%信賴水準下，仍無法判斷宜蘭居民與非宜蘭居民的支持率有顯著差異。

(3)

- H_0虛無假說: 勝算比$OR = 1$，宜蘭與非宜蘭居民對議案的支持勝算相同。
- H_1對立假說: 勝算比$OR \neq 1$，宜蘭與非宜蘭居民對議案的支持勝算不同。

勝算比$\widehat{OR} = \frac{(45/70)/(25/70)}{(30/60)/(30/60)} = \frac{45/25}{30/30} = 1.8$，宜蘭居民對該議案的支持勝算約為非宜蘭居民的1.8 倍。

檢定統計量

$$Z = \frac{\ln(OR)}{\sqrt{Var(\ln(OR))}}$$

$\ln(OR) = \ln(1.8) = 0.588$， $\sqrt{Var(\ln(OR))} = \sqrt{\frac{1}{45} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30}} = 0.359$。

帶入上式$Z = \frac{\ln(OR)}{\sqrt{Var(\ln(OR))}} = \frac{0.588}{0.359} = 1.64$，$p$值約為$0.101$。在顯著水準$\alpha = 0.05$下，$p$值 $0.101 > 0.05$，無法拒絕虛無假說。因此沒有足夠證據顯示宜蘭居民與非宜蘭居民的支持勝算有顯著差異。

問題 12.

		服用 B 藥		
		減重成功	減重不成功	合計
服用 A 藥	減重成功	80	12	92
	減重不成功	4	4	8
合計		84	16	100

- H_0虛無假說:A 藥和 B 藥的藥效沒有顯著差異。
- H_1對立假說: A 藥和 B 藥的藥效有顯著差異。

利用 McNemar's test 來比較藥物 A 和藥物 B 的效果是否相同。

代入$E_i = (12+4)/2 = 8$，計算 McNemar's test 的檢定統計量：

$$X^2 = \sum \frac{(|O_i - E_i| - 0.5)^2}{E_i} = \frac{(|12-8| - 0.5)^2}{8} + \frac{(|4-8| - 0.5)^2}{8} = 3.0625$$

在顯著水準$\alpha = 0.05$下，對自由度為 1 的卡方分布查表，臨界值為3.841，因為$X^2 = 3.0625 < 3.841$，p值約為0.08，無法拒絕虛無假說，因此沒有足夠證據顯示兩種藥物的效果有顯著差異。

問題 13.

英國民眾		事件前		
		留歐	脫歐	合計
事件後	留歐	40	10	50
	脫歐	8	42	50
合計		48	52	100

歐洲大陸		事件前		
		留歐	脫歐	合計
事件後	留歐	52	12	64
	脫歐	10	26	36
合計		62	38	100

(1) 使用 McNemar's test 分析同一群體(英國民眾,歐洲大陸) 對脫離歐盟的意見是否受在刺殺事件的影響。

歐洲大陸民眾對英國脫離歐盟的立場是否受在刺殺事件的影響:

- H_0虛無假說:「歐洲大陸民眾對脫離歐盟的立場」不受「刺殺事件」影響。
- H_1對立假說:「歐洲大陸民眾對脫離歐盟的立場」受到「刺殺事件」影響。

代入$E_i = (12+10)/2 = 11$，計算 McNemar’s test 的檢定統計量：

$$X^2 = \sum \frac{(|O_i - E_i| - 0.5)^2}{E_i} = \frac{(|12-11| - 0.5)^2}{11} + \frac{(|10-11| - 0.5)^2}{11} = 0.045$$

對自由度為 1 的卡方分布查表，在顯著水準$\alpha = 0.05$時，臨界值為3.841，因為$X^2 = 0.045 < 3.841$，無法拒絕虛無假說，因此無法證明刺殺事件會顯著改變歐洲大陸民眾的意見。

英國民眾對脫離歐盟的立場是否受在刺殺事件的影響:

- H_0虛無假說:「英國民眾對脫離歐盟的立場」不受「刺殺事件」影響。
- H_1對立假說:「英國民眾對脫離歐盟的立場」受到「刺殺事件」影響。

代入$E_i = (10+8)/2 = 9$，計算 McNemar’s test 的檢定統計量：

$$X^2 = \sum \frac{(|O_i - E_i| - 0.5)^2}{E_i} = \frac{(|10-9| - 0.5)^2}{9} + \frac{(|8-9| - 0.5)^2}{9} = 0.056$$

對自由度為 1 的卡方分布查表，在顯著水準$\alpha = 0.05$時，臨界值為3.841，因為$X^2 = 0.056 < 3.841$，無法拒絕虛無假說，因此無法證明刺殺事件會顯著改變英國民眾的意見。

(2)

英國民眾		事件前		
		留歐	脫歐	合計
事件後	留歐	40	10	50 (0.5)
	脫歐	8	42	50
合計		48 (0.48)	52	100

歐洲大陸		事件前		
		留歐	脫歐	合計
事件後	留歐	52	12	64(0.64)
	脫歐	10	26	36
合計		62(0.62)	38	100

欲探討「刺殺事件」對「兩族群意見的差異」是否有影響。
可以分別計算事件前、後，兩族群留歐支持率的差異:
計算支持率差異的點估計以及 95%信賴區間:

$$Var(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}$$

$$95\%\text{信賴區間} = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{0.95} \times \sqrt{Var(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}$$

$\hat{p}_1 - \hat{p}_2$:

$\hat{p}_{diff,前} = \hat{p}_{英,前} - \hat{p}_{歐,前} = 0.48 - 0.62 = -0.14$

$\hat{p}_{diff,後} = \hat{p}_{英,後} - \hat{p}_{歐,後} = 0.50 - 0.64 = -0.14$

- $\hat{p}_{diff,前}$:

$$Var(\hat{p}_{diff,前}) = \frac{0.48(1-0.48)}{100} + \frac{0.62(1-0.62)}{100} = 0.0025 + 0.0024 = 0.0049$$

$$95\%信賴區間 = \hat{p}_{diff,前} \pm Z_{0.95} \times \sqrt{Var(\hat{p}_{diff,前})}$$

$$= -0.14 \pm 1.96 \times 0.07 = (-0.277, -0.003)$$

- $\hat{p}_{diff,後}$:

$$Var(\hat{p}_{diff,後}) = \frac{0.50(1-0.50)}{100} + \frac{0.64(1-0.64)}{100} = 0.0025 + 0.0023 = 0.0048$$

$$95\%信賴區間 = \hat{p}_{diff,後} \pm Z_{0.95} \times \sqrt{Var(\hat{p}_{diff,後})} = (0.003, 0.2772)$$

分別計算事件前、後，兩族群支持率的差異以及其 95%信賴區間後，發現事件前後支持率差異的信賴區間有高度重疊，因此無法證明刺殺事件對兩族群的意見差異有顯著影響。

CHAPTER 12

問題 1.

(1) 應利用重複測量變異數分析 (Repeated Measures ANOVA)

(2) 前提假設為

- **a.** 各組樣本中不宜有明顯的極端值。
- **b.** 各組樣本的分布需要接近常態分布。
- **c.** 資料必須符合「球度」(sphericity)假說。

問題 2.

檢定結果可能低估顯著性(增加型二錯誤)，因為使用一般將樣本視為獨立樣本的變異數分析，沒有考慮每位受試者的測量值之間相關性。

問題 3.

(1) one-way ANOVA

(2) $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

$H_1: \mu_i$不全等

(3) A = TSS = WSS + BSS =800+1200=2000

B= $BSS/(k-1)$ =800/3=266.67

C = F 值 = $\left(\frac{\frac{BSS}{k-1}}{\frac{WSS}{N-k}}\right) = MBSS/MWSS = \frac{\frac{800}{3}}{\frac{1200}{36}} = 8$

(4)、(5)

N-k=36

k-1=3

→k=4 研究者將研究樣本的飲酒量區分為 4 組;

N=40 研究樣本總數為 40 人。

問題 4.

(1) 三組之間共有 $\frac{3*(3-1)}{2} = 3$ ，3 次比較

$FWER = 1-(1-\alpha)^c = 1-(1-0.05)^3 = 1-0.95^3 \approx 0.1426$

表示研究者至少錯誤地推翻一個虛無假說的機率約為 14.26%

(2) 分四組 $\frac{4*(4-1)}{2} = 6$，6 次比較

$FWER = 1-(1-\alpha)^c = 1-(1-0.05)^6 = 1-0.95^6 \approx 0.265$

表示研究者至少錯誤地推翻一個虛無假說的機率約為 26.5%。

(3) 當組數增加時，至少錯誤地推翻一個虛無假說的總體機率也會增加，
可能顯著超過 0.05，增加研究結論的偏離真相的風險。

(4) 法一: 使用 Bonferroni 校正。

將顯著性水準 α 除以比較的次數 c。

法二: ANOVA。

先使用 ANOVA 檢定三組或多組的平均數是否存在顯著差異，並在顯著時，再進行適當的事後檢定。

問題 5.

(1) 根據單因子變異數分析的結果表得知，F=4.69 ;

p-value=0.0155<0.05 拒絕虛無假設。表示受試者在四組不同健身課程的滿意度平均數不全等。為近一步釐清關係，需進行事後多重比較。

(2) 根據 Bonferroni 方法所獲得的事後分析結果:

- 組別 1 vs. 組別 2：

平均數差異為 -0.8；p-value = 1.000>0.05 接受虛無假設，表示組別 1 與組別 2 間的滿意度平均值差異不顯著。

- 組別 1 vs. 組別 3：

平均數差異為 -10.8；p-value = 0.165>0.05 接受虛無假設，表示組別 1 與組別 3 間的滿意度平均值差異不顯著。

- 組別 1 vs. 組別 4：

平均數差異為 5.6；p-value = 1.000>0.05 接受虛無假設，表示組別 1 與組別 4 間的滿意度平均值差異不顯著。

- 組別 2 vs. 組別 3：

平均數差異為 10；p-value = 0.235>0.05 接受虛無假設，表示組別 2 與組別 3 間的滿意度平均值差異不顯著。

- 組別 2 vs. 組別 4：

平均數差異為 6.4；p-value = 1.000>0.05 接受虛無假設，表示組別 2 與組別 4 間的滿意度平均值差異不顯著。

- 組別 3 vs. 組別 4：

平均數差異為 16.4；p-value = 0.012<0.05 拒絕虛無假設，表示組別 3 與組別 4 間的滿意度平均值差異達統計上顯著。

在這四個組別中，只有組別 3 和組別 4 的分數差異達到了統計顯著性（p = 0.012）。其他組別之間的差異都不顯著（p-value ≥ 0.05）。

根據 Scheffe 方法所獲得的事後分析結果:

- 組別 1 vs. 組別 2：

平均數差異為-0.8；p-value = 0.998>0.05 接受虛無假設，表示組別 1 與組別 2 間的滿意度平均值差異不顯著。

- 組別 1 vs. 組別 3：

平均數差異為-10.8；p-value = 0.161>0.05 接受虛無假設，表示組別 1 與組別 3 間的滿意度平均值差異不顯著。

- 組別 1 vs. 組別 4：

平均數差異為 5.6；p-value = 0.670>0.05 接受虛無假設，表示組別 1 與組別 4 間的滿意度平均值差異不顯著。

- 組別 2 vs. 組別 3：

平均數差異為-10；p-value = 0.211 >0.05 接受虛無假設，表示組別 2 與組別 3 間的滿意度平均值差異不顯著。

- 組別 2 vs. 組別 4：

平均數差異為 6.4；p-value = 0.572 >0.05 接受虛無假設，表示組別 2 與組別 4

間的滿意度平均值差異不顯著。

- 組別 3 vs. 組別 4：

平均數差異為 16.4；p-value = 0.018<0.05 拒絕虛無假設，表示組別 3 與組別 4 間的滿意度平均值差異達統計上顯著。

在這些組別中，只有組別 3 和組別 4 的分數差異達到了統計顯著性（p = 0.018）。其他組別之間的差異都不顯著（p-value ≥ 0.05）。

因此，透過 Bonferroni 以及 Scheffe 方法所獲得的事後分析結果,可得知，只有組別 3 和組別 4 的分數差異達到了統計顯著性。

問題 6.

(1) 使用 Cochran's Q 檢定，因為「近視(是)」或「非近視(否)」屬於類別變數，且針對配對的二元資料（相同組別的學童在不同年級被測量）進行比較。

(2) 如果有學童轉入或轉出，表示每個年級的學童組成會改變，就不符合重複測量的設計，如同一批學童（樣本數固定）在不同年級進行追蹤觀察。

針對這種情形下的檢定方法應可適用卡方檢定，研究者可以分析不同年級的近視率是否有顯著差異。

問題 7.

(1) D

(2) C

$$\mathrm{TSS} = \mathrm{WSS} + \mathrm{BSS} = 5.217 + 6.309 = 11.526$$

$$WSS = (n_1 - 1) * S_1^2 + (n_2 - 1) * S_2^2 + (n_3 - 1) * S_3^2$$

$$= (6-1) * 0.8110^2 + (6-1) * 0.5206^2 + (6-1) * 0.3386^2 \approx 5.217$$

$$BSS = \sum_{\{i=1\}}^{k} n_i(\bar{X}i - \bar{X})^2$$

$$= 6 * (8.117 - 7.3)^2 + 6 * (7.050 - 7.3)^2 + 6 * (6.733 - 7.3)^2 \approx 6.309$$

(3) C

$$F = \left(\frac{\frac{BSS}{k-1}}{\frac{WSS}{N-k}}\right) = \frac{MBSS}{MWSS} = \frac{\frac{6.309}{3-1}}{\frac{5.217}{(18-3)}} = 9.070$$

(4) A

CHAPTER 14

問題 4.

Pearson correlation coefficient r可描述 2 個連續變數(無 outlier)之線性關係

(1) 香菸消耗量以一年抽 n 包測量，可視為連續，死亡年齡亦可為連續，故可以r測量兩者之相同

(2) 蛀牙數一般為計數(count data)非連續，故不宜用r

(3) 性別通常分為男/女，為類別資料，故不宜用r

(4) 種族一般為類別如亞洲、黑人等，故不宜用r

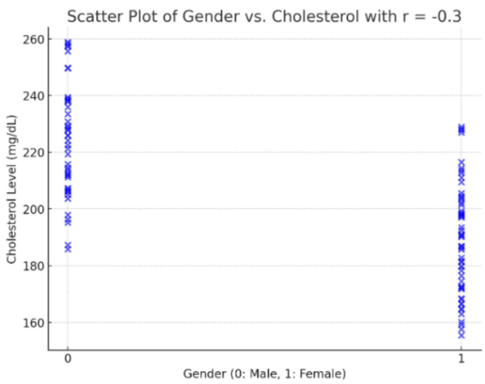
(5) 學歷高低者使用教育年數(如 0~28 年)可視為連續，而收入一般也可以是為連續變數，故可以r測量

(6) 咖啡飲用(是或否)與癌症(是或否)皆為類別資料，故不宜用 r

問題 7.

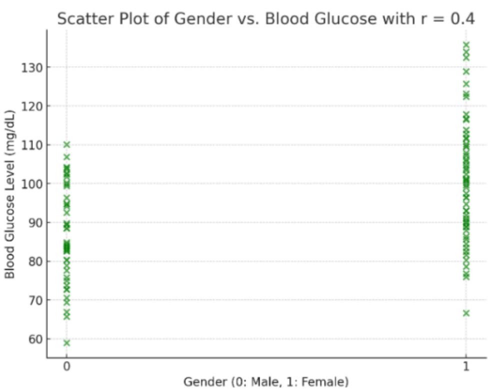
(1) $r = -0.3$，代表性別(0:Male, 1:Female)與膽固醇之關係，呈現負相關，表示性別 1 者，其膽固醇值較性別 0 者為低。

Scatter plot 可能如下：

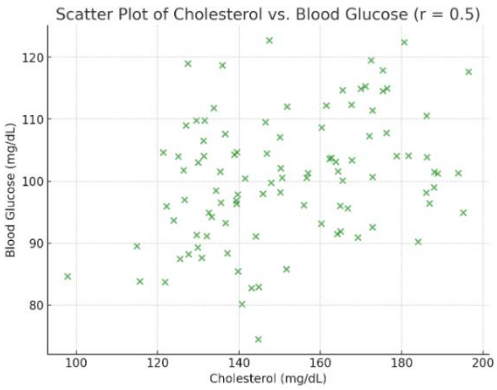


(2) r=0.4，代表性別(0:Male, 1:Female)與血糖之關係，呈正相關，表示表示性別為 1 者，其血糖較性別為 0 者稍高。

Scatter plot 可能如下：



(3) r=0.5，代表膽固醇與血糖呈現中度正相關，散佈圖可能如下：



(4) 相關性檢定如下表

n=100　　H_0:ρ=0　　H_1:ρ≠0 (令 α=0.05)

r	test statistic	critical value	P-value	result
r=-0.3	$t=\frac{-0.3-0}{\sqrt{\frac{1-(-0.3)^2}{98}}}=-3.1$	±1.984	<0.01	Reject H_0:ρ=0，性別與膽固醇顯著有關
r=0.4	$t=\frac{0.4-0}{\sqrt{\frac{1-(0.4)^2}{98}}}=4.32$	±1.984	<0.01	Reject H_0:ρ=0，性別與血糖顯著有關
r=0.5	$t=\frac{0.5-0}{\sqrt{\frac{1-(0.5)^2}{98}}}=5.71$	±1.984	<0.01	Reject H_0:ρ=0，膽固醇與血糖顯著有關

(5) Regression equation 為 血糖估計值= 80.6 + 2.3 × 膽固醇

$\hat{\beta}$=2.3，代表膽固醇值每增加一單位，血糖平均值會增加 2.3 單位

問題 10.

(第 9、10 題表格中文字”血壓值”應更正為”截距項”)

(1) Multiple Linear regression 為血壓估計值=101.8+5.2*性別+1.2 年齡

(2) H_0: β_1=0 (性別與血壓無關)

得檢定統計量 t=2.6, P=0.011<0.05, 故可 reject H_0: β_1=0 代表性別與血壓有顯著相關。

(3) Multiple Linear regression 中年齡之迴歸係數估計值為$\hat{\beta}_2$=1.2，代表在控制相同性別下，年齡每增加一歲，血壓平均增加 1.2。而第 9 題 Simple Linear regression 年齡之$\hat{\beta}$=2.8，則是未考慮性別之影響，只看年齡與血糖之關係，可解釋為年齡每增加一歲時，血壓平均值增加 2.8。

CHAPTER 15

問題 1.
B

問題 2.
B

問題 3.
D

問題 4.
B